© REVISTA INTERNACIONAL DE CIÊNCIAS, TECNOLOGIA E SOCIEDADE 2022, vol. 5, n. 1, pp. 1-15 ISSN 2184-4569

https://doi.org/10.37334/ricts.v4i1.44

INSTRUÇÃO HEURÍSTICA COMO *PRÁXIS* PEDAGÓGICA NO ENSINO DAS EQUAÇÕES MODULARES: UM ESTUDO DE CASO NAS ESCOLAS DO ENSINO MÉDIO EM CABINDA, ANGOLA

Heuristic instruction as pedagogical praxis in the teaching of absolute value equations: a case study in high schools in cabinda, Angola.

MACIALA, Faustino,[1] & PUINDI, António[2]

Resumo

A Matemática é uma área de conhecimento cuja aprendizagem se faz de maneira sistematizada. Cada uma das etapas é preenchida com aprendizagem de entes matemáticos que, por sua vez, servem de suporte para aprendizagem de outros novos entes ou conceitos matemáticos, considerados mais complexos em relação os já vistos. Para que a aprendizagem dos novos conceitos ocorra sem dificuldades é necessário que os conceitos básicos sejam muito bem retidos. Este trabalho apresenta uma proposta metodológica baseada na *instrução heurística*, tendo como referência o literato *G. Polya*, no processo de ensino e aprendizagem da matemática. A abordagem proposta é aplicada para o tratamento das equações modulares no Segundo Ciclo do Ensino Secundário.

Abstract

Mathematics is an area of knowledge whose learning is done in a phased manner. Each of these phases is filled with learning from mathematical entities or entities that in turn serve as a support for learning other new concepts, considered more complex in relation to those already seen. However, for the learning of the new concepts to occur without difficulties, it is necessary that the basic concepts are very well retained. And for the retention of these new concepts, this work presents a proposal in which one can work with modular equations, implementing *heuristic instruction*, supporting the literary *G. Polya*. The proposed approach is applied to the treatment of modular equations in the Second Cycle of Secondary Education.

Palavras-chave: *Equações modulares; Instrução heurística; Processo de ensino-aprendizagem; Resolução de Problemas.*

Keywords: *Heuristic instruction; Modular equations; Teaching-learning process; Problem solving.*

Data da Submissão: junho de 2021 **Data da Publicação:** junho de 2022

[1] FAUSTINO ANTÓNIO MACIALA – Instituto Superior Politécnico de Cabinda (ISPCAB), ANGOLA. Email: fausmaciala@gmail.com.

[2] ANTÓNIO CASIMIRO PUINDI – Instituto Superior de Ciências da Educação (ISCED-Cabinda) Universidade 11 de Novembro, ANGOLA. Email: acpuindi@gmail.com.

1. INTRODUÇÃO

A instrução e a educação matemática têm passado por períodos conturbados e de controvérsia, por um lado devido a sua complexa estrutura e por outro, devido as formas adotadas por muitos estudiosos na sua transmissão, vulgo ensino. A comunidade de Educação Matemática internacionalmente vem clamando por renovações na atual conceção do que é a matemática escolar e de como essa matemática pode ser abordada (Cockcroft, 1982; NCTM, 1989). Questiona-se também a atual conceção de como se aprende a matemática. Concebendo a instrução – em geral a educação das novas gerações – sob uma orientação científica, pode a Escola Contemporânea dar resposta às exigentes demandas da sociedade, em termos de encargo social. O ensino tradicional não pode contribuir de forma massiva e significativa à demanda formativa de indivíduos dotados de um pensamento flexível e criativo, capazes de aprender por si mesmo. Pois, hoje em dia aprender a aprender é mais do que um *slogan* e passou a ser uma necessidade.

A Escola contemporânea deve direcionar seus esforços no sentido de proporcionar aos estudantes um núcleo básico de conhecimentos, mas também e sobretudo de habilidades e capacidades que os permitam continuar a formar-se por si mesmo. Conforme Álvarez de Zayas (1996), isso só é possível, se dominarem as regularidades do processo de ensino-aprendizagem, e organizando-o consequentemente com elas. Neste panorama, a *instrução heurística* com suas categorias didáticas, métodos e procedimentos afigura-se como o candidato natural para suprir as lacunas que a *instrução tradicional* apresenta e que bem pode ser caracterizado como a instrução pela qual a atividade do professor consiste em levar o aluno a encontrar por si mesmo o conhecimento que deseja adquirir; o papel do professor nessa instrução é de estimular o aluno a pensar reflexivamente, guiá-lo para que indague, investigue e para que ele chegue a conclusões por si só.

Por se tratar da *instrução heurística* como *práxis* pedagógica no ensino da matemática, referenciando as equações modulares, entendemos que seja necessário conhecer de como os professores elaboram e ministram suas aulas e de como compreendem os alunos embora, de antemão, saibamos que o ensino de um determinado conteúdo matemático deva se adequar aos níveis dos alunos e variar os métodos de ensino às inovações pelas quais passa a escola atual no planeamento estratégico da aula por garantir uma gestão de resultados em menor espaço de tempo, que no caso da Matemática, é necessário para o alcance dos resultados almejados.

Durante o cumprimento do plano curricular no ISCED – CABINDA, na disciplina de Análise Funcional ministrada no 4º ano do curso de Ensino e Investigação em Matemática, falou-se de espaços métricos e chegou-se até os exercícios que envolviam módulos, que houve dificuldades em solucionar**.** Supunha-se o domínio desse conteúdo por ser um conteúdo abordado nas classes anteriores. Daí surgiu a seguinte *questão*: Como é possível que uma turma do 4º ano "e por sinal finalistas" de Ensino e Investigação em Matemática, com 26 Estudantes vindo de escolas médias diferentes, cursos diferentes, professores diferentes, terem exatamente as mesmas dificuldades em solucionar problemas que envolvem Equações Modulares? Isto motivou-nos ir ao campo saber como se ensina as Equações Modulares no Ensino Médio. Podemos, a título de exemplo, realçar que uma das principais razões das tais fragilidades ou dificuldades encontradas durante a resolução de exercícios que envolvem valor absoluto ou módulo e equações modulares resulta dos problemas de base que, por vezes, são causadas por uma evidente insuficiência na investigação e da deficiência na explicação do conteúdo por parte do professor e, por outro, pela falta de elo de um relacionamento maior entre os níveis de Ensino, principalmente, entre o nível Primário e Secundário por parte do aluno.

Percebe-se que as equações modulares surgiram da necessidade de avaliar a distância entre dois pontos pois, é a única expressão matemática que nos garante que esta distância não pode ser negativa, isto é, aplicando o seu valor absoluto. Estes conhecimentos têm uma importância fundamental no conteúdo de ensino. Desta maneira, são entendidos como sistema geral de conceitos, princípios, leis e teorias que constituem a base das ciências sobre a natureza, a sociedade e o pensamento. As equações modulares são utilizadas para isolar questões e desenvolver métodos e resoluções nas mais diversas questões relacionadas à convivência, existência e a sobrevivência humana. Acreditamos que conceito de módulo assim como equação modular, sejam fundamentais em muitas áreas da evolução do pensamento do indivíduo. Neste sentido, desenvolver esta matéria, auxiliando na formação e implementação da *instrução heurística*, é uma maneira de despertar o senso crítico e a criatividade, componentes que levam o aluno a maior compreensão de certos problemas, tais como os conteúdos estudados.

O Decreto-Lei nº 17/16, Lei de Base do Sistema de Educação e Ensino Angolano, exprime a necessidade de "assegurar uma formação sólida e aprofundada numa determinada área de conhecimento". Neste sentido, as equações modulares são importantes já que apresentam através da aplicação do valor absoluto, pois as ciências como um todo evoluíram para uma crescente capacidade de intelecto em melhorar o conhecimento. Importa, ainda, referir que este artigo é um excerto do trabalho de fim do curso apresentado ao ISCED – UON, como parte das exigências do curso de Licenciatura em Ensino de Matemática, para obtenção do título de Licenciado, por um dos autores, com o tema “Proposta de Sistema de Exercícios para o Ensino – Aprendizagem das Equações Modulares na 11ª Classe, no Instituto Politécnico de Cabinda / 2017” e, o mesmo artigo é consequência da preocupação de um grave problema que a bastante tempo vêm enfrentando os professores e alunos ligados a questão das fragilidades no ensino-aprendizagem da Matemática em todos os níveis de ensino uma vez que o valor absoluto é introduzido a partir do Ensino de Base, concretamente na 7ª classe facto que nos levar a alargar o raio de ação a três das principais Escolas médias em Cabinda. Para solucionar o problema aqui apresentado, tendo como referência o literato Georg Polya (1945) e, propusemos elementos nas quais podem ser trabalhados esses conteúdos.

Com o intuito de melhorar o processo de ensino-aprendizagem da matemática, este trabalho tem como objetivo proporcionar aos professores de matemática novo paradigma de ensino e aprendizagem da matemática. Concretamente, pretendemos mudar as suas mentalidades com relação a *instrução tradicional* do processo de ensino aprendizagem das Equações modulares através da *instrução heurística* como *praxis* pedagógica na visão de George Polya (1945), Junk (1977), Labarrere (1980-83) e Campistrous (1993). Com base a um estudo de caso levado a cabo em três escolas médias de Cabinda designadamente Instituto Politécnico de Cabinda (cursos de Metalomecânica e de Energia e Instalações Elétrica), Liceu de Cabinda (curso de Ciências Físicas e Biológicas) e na Escola do Magistério “Suka-Hata” de Cabinda (curso de Ensino de Matemática e Física), ficou evidente que a *instrução heurística* como *praxis* pedagógica pode proporcionar ao professor de matemática, desde o desenvolvimento de habilidades em resolver problemas e de pensamento produtivo e, ao aluno proporcionar um aprendizado proactivo, envolvente e colaborativo em trabalhos independentes por conta de *métodos problémicos*. O restante do trabalho está composto como se segue: Secção II, metodologia, enfatiza o conceito de módulo e das equações modulares, sua importância, o ensino aprendizagem em Angola, e a apresentação da teoria de *Polya*. Na Secção III, resultados e discussões, faz-se análise dos instrumentos aplicado no campo, apresenta-se a proposta e, de seguida, a comparação dos resultados. E, consequentemente, a Secção IV apresenta a conclusão.

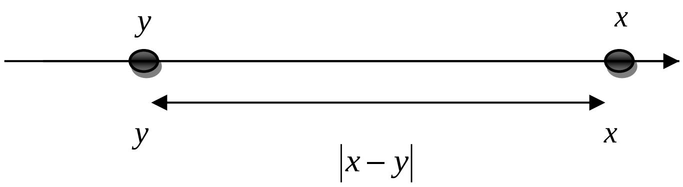
2. METODOLOGIA

2.1. Abordagem do módulo ou valor absoluto e equação modular

No estudo de Equação modular, o impacto dessa abordagem pode facilitar a compreensão da definição de valor absoluto, pois o conceito de módulo ao ser aplicado ao conceito de equação proporciona uma abordagem articulada na Álgebra. De acordo com a literatura, valor absoluto de um número real é uma operação cujo resultado é o mesmo se é positivo ou é o oposto se é negativo. O valor absoluto de um número x representa-se como $|x|$ e se pode expressar como a função $|x| = \begin{cases} -x, & \text{se } x < 0 \\ x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ conforme (Lima, 1997; Neto, 2007; Júnior, 2008; Vox, 2011; Wilhelmi, 2017; Serhan & Almeqdadi, 2018).

Aplicado à Geometria Analítica, o valor absoluto de um número real pode ser interpretado como a distância entre dois pontos na reta numérica ($\mathbb{R}$). Se considerarmos dois pontos da reta numérica x e y, com respetivas coordenadas, temos que a distância do ponto x ao ponto y é dado por $|x-y|$.

Figura 1 - A interpretação geométrica da definição de Módulo na reta numérica



Fonte: Elaborado pelos autores

Se quisermos determinar os pontos da reta real que estão a uma distância de 3 unidades da origem, podemos escrever nosso problema na forma da equação $|x| = 3$. Para encontrar os valores de x que satisfazem essa equação, usamos a definição de valor absoluto e consideramos duas possibilidades:

- Se $x \geq 0$, então $|x| = x$, donde temos: $|x| = 3$

- Se $x < 0$, então $|x| = -x$, de sorte que: $-x = 3 \quad /(-1) \quad \Rightarrow x = -3$

Assim, o problema possui duas soluções, que são $x = 3 \vee x = -3$.

De forma semelhante, podemos determinar os pontos da reta real que estão a uma distância de 2 unidades de 5 resolvendo a equação: $|5-x|=2$.

Note que seria equivalente escrever assim:

$$|5-x|=\begin{cases} 5-x, \text{ se } 5-x\geq 0 \\ -(5-x), \text{ se } 5-x<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5-x, & \text{se } x\geq 5 \\ x-5, & \text{se } x<5 \end{cases}$$

Pelo que:

$$5-x=2 \quad \vee \quad x-5=2$$

2.2. Teoria de Georg Polya

A resolução de problemas com a *Instrução Heurística* é considerada como uma atividade que está sujeita a estes três momentos: Orientação, Execução e Controlo. Nesta linha de pensamento, literatos como G. Polya, W.Junk, A. Labarrere e L. Campistrous fazem um desdobramento destes três momentos da atividade tomando em considerações quatro etapas. Assim, para Polya, a resolução de um problema matemático deve ser feita com base nas seguintes fases:

(i) **Compreensão do Problema –**é onde são analisados os dados do problema, são também identificadas as possíveis incógnitas, a condicionante, etc. Daí que intervêm alguns impulsos do professor para o aluno tais como: *O que diz o problema? Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?* Deve-se considerar as partes essências do problema e relacioná-las à uma figura de análise, que é uma das estratégias heurística, sempre que possível; *(ii)* **Estabelecimento de um plano** – é onde encontra-se uma relação entre os dados e a incógnita, confronta-se o problema com um já conhecido e introduz-se, caso necessário, um elemento auxiliar para tornar possível a resolução do problema; *(iii)* **Execução do plano** – etapa onde põe-se em prática todas as possíveis alternativas de resolução do problema, certificando no entanto cada passo; *(iv)* **Retrospeto – com** a necessidade de verificar cada passo de modos a obter crenças de que resolveu corretamente o problema surgem indagações tais como as que se seguem: *É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível verificar o argumento? É possível verificar a solução? É possível utilizar o resultado, o método ou procedimentos em algum outro problema?* Nesta fase faz-se a examinação da solução obtida, certificando a possível verificabilidade do resultado.

Para Polya (1945), “aprender a pensar” é a grande finalidade do ensino. A aprendizagem deve ser ativa, modificadora e processar em fases consecutivas. Assim, para este autor, devem ser proporcionadas situações de aprendizagem que despertam o interesse dos alunos e em que eles sejam desafiados a descobrir resultados e estabelecer relações.

3. ENSINO – APRENDIZAGEM DAS EQUAÇÕES MODULARES EM ANGOLA

O valor absoluto, em Angola, é introduzido na iniciação do Ensino de Base, isto é, na 7ª classe. Nesta classe, ela é dada destituída de rigor, sem a definição, explicando somente que tem a ver com a distância. No entanto, no programa da 10ª classe do LICEU e da Escola do Magistério “Suka-Hata” de Cabinda, as equações modulares vem no terceiro trimestre, o que seria dado com mais rigor uma vez que ela trás consigo a definição mas, normalmente, não se consegue ensinar com rigor necessário este conteúdo por razões, muitas das vezes associadas ao (i) *domínio do conteúdo por parte do próprio professor;* (ii) *o modelo que instruem os alunos “instrução tradicional”;* (iii) *a falta de capacidade de dosagem e resumo, por parte do professor, razão pela qual este não pode avançar porque os alunos apresentam lacunas nos conteúdos administrados nas classes anteriores e a própria natureza dos alunos/estudantes e* (iv) *interrupções inesperadas das aulas, entre outras*, e os alunos acabam, muitas das vezes, não vendo este conteúdo. Já no conteúdo programado para a 11ª classe dos cursos técnicos do Instituto Politécnico de Cabinda e do Instituto Politécnico do Chiazi, as equações modulares são vistas no primeiro trimestre o que do ponto de vista avaliativo, seriam os estudantes com maiores resultados académicos relacionados a este conteúdo.

O ensino-aprendizagem da Matemática relacionada ao conceito de valor absoluto e equação modular em Angola, em particular na província de Cabinda, responde os objetivos gerais da educação angolana, se dota dos conhecimentos e as habilidades necessárias aos estudantes para a sua ativa participação na construção da sociedade, e para a formação de uma conceção científica do Mundo.

A busca da melhoria no ensino de Matemática tem sido uma meta constante dos educadores dessa área. Uma preocupação comum entre os professores de Matemática do ensino de base é o ensino e a aprendizagem da álgebra elementar. Na educação básica, ficam evidentes as dificuldades dos alunos em relação aos conceitos abordados nas expressões algébricas elementares; nas classes finais do ensino de base, onde a manipulação e operações com expressões matemáticas são motivos de “pavor” para muitos alunos. Esse receio também é observado na dificuldade de muitos profissionais em ensinar esse tópico sem que ele se torne, para seus alunos, mera memorização e aplicação de regras e símbolos. É importante realçar que hoje, o ensino das equações modulares faz parte da vida escolar desde o ensino de base (Módulo). Neste sentido, quando se apresentam tantos fracassos, constitui-se um elemento de exclusão, pois grande parte dos alunos não consegue compreendê-lo.

O professor de matemática deve ser, primeiro que tudo, um professor de matematização, deve habituar o aluno a reduzir situações concretas a modelos matemáticos e vice-versa, aplicar os esquemas lógicos da matemática nos problemas concretos. É sobretudo pela iniciativa pessoal que se pode fazer de uma forma normal o desenvolvimento do espírito matemático, começando tanto com o professor como com o aluno. Não obstante, a iniciativa do primeiro é impedida pelas restrições e rigidez dos programas; o segundo, por sua vez, é geralmente desprovido de iniciativas, por não ter sido transmitido o gosto por ela ou ter sido influenciado a trabalhar muito, compreender pouco e procurar nada.

Os problemas matemáticos, quando idealmente planejados, se tornam um recurso pedagógico eficaz para construção do conhecimento matemático, por intermédio da *instrução heurística*, podendo ser usados como instrumento facilitadores de aprendizagem, colaborando para trabalhar os bloqueios que os alunos apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos. A introdução de exercícios de aplicação prática nas aulas de Matemática possibilita diminuir os bloqueios apresentados por muitos alunos que temem a Matemática, recaindo mais para as alunas (mulheres), facto com que nos leva a provar a seguir, que elas se sentem incapacitadas em aprender a Matemática. Nas situações onde é impossível a adoção de uma atitude passiva e a motivação é grande, nota-se que os alunos apresentam um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Durante a investigação do presente trabalho passou-se por várias etapas: apresentação dos autores aos professores e alunos das instituições em epígrafe, assistência às aulas, aplicação de um questionário para observação e análise das dificuldades apresentadas pelos alunos no que tange a aprendizagem das equações modulares, aplicação de um teste (*Pré-Teste*), elaboração da proposta, apresentação e aplicação da proposta, aplicação de um segundo teste (*Pós-Teste*) e aplicação de um questionário para medir o grau de satisfação da implementação da proposta por parte dos alunos separando-os em extratos “homens e mulheres”.

4.1. Ilustrando um excerto da proposta aplicada

Apresenta-se aqui um excerto da proposta aplicada nestas escolas relacionada a *instrução heurística*, de como poderia ser trabalhado esses conteúdos, os passos numa determinada aula cumprindo com os ideais propostos por *Polya*.

“***Problema:*** *Distância em uma estrada”*

O Juca detetou um pequeno foco de incêndio no quilómetro 137 *de uma estrada. Ao Ligar para o serviço de emergência, Juca foi informado de que o quartel do corpo de bombeiros mais próximo ficava na mesma estrada, mas a* 54 *quilómetros de distância.*

Em quais quilómetros da estrada o quartel poderia estar localizado?

Resolução

COMPREENSÃO DO PROBLEMA		
<u>Primeiro</u> É preciso compreender o problema.	*O que diz o problema? Quais são os dados? Qual é a incógnita?*	• O incêndio ocorreu no quilómetro 137. • A distância entre o quartel e o foco de incêndio correspondia a 54 km.
	Como atribuir estes números? Qual letra deve denotar a incógnita?	x
	Qual é a condicionante que relaciona os dados com a incógnita?	O corpo dos bombeiros pode estar antes ou depois do quilómetro 137
	Trata-se de um problema razoável? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?	Sim, é razoável.

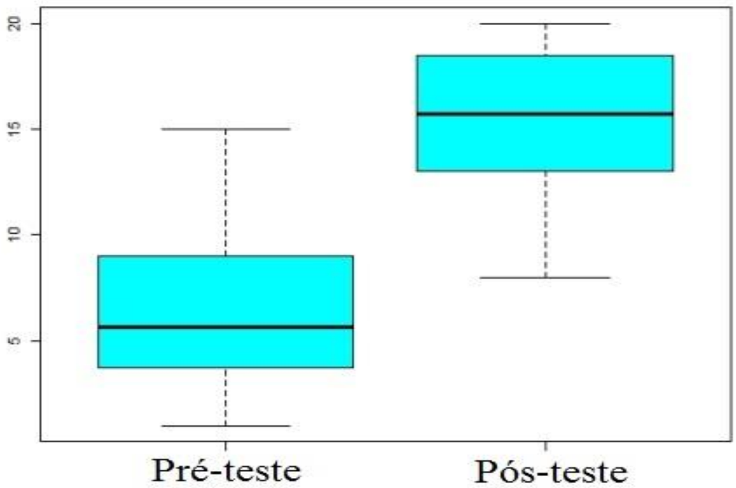
<table>
<tr><th colspan="3">ESTABELECIMENTO DE UM PLANO</th></tr>
<tr><td rowspan="2"><u>Segundo</u>
Encontrar a conexão entre os dados e a incógnita.
É preciso chegar a um plano para resolução.</td><td>Já viu o problema antes? Ou o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente?</td><td>…</td></tr>
<tr><td>Conhece um problema correlacionado? Que tipo de problema enfrenta? Que operação está envolvida? Veja a incógnita e a condicionante.</td><td>Equações Modulares. Lembrando que a distância entre dois pontos de uma mesma estrada (reta), é dada pelo módulo da diferença entre suas posições.
$|137-x|$</td></tr>
<tr><th colspan="3">EXECUÇÃO DO PLANO</th></tr>
<tr><td rowspan="2"><u>Terceiro</u>.
Executar o plano e verificar cada passo</td><td>Verifique cada passo.
É possível perceber claramente que o passo está certo?</td><td>Usando, então, a definição de módulo, temos
$|137-x| = \begin{cases} 137-x \text{ se } 137-x \geq 0 \\ -(137-x) \text{ se } 137-x < 0 \end{cases}$
Simplificando esta definição, obtemos
$|137-x| = \begin{cases} 137-x \text{ se } x \leq 137 \\ x-137 \text{ se } x > 137 \end{cases}$
Portanto, temos duas possibilidades
Se $x \leq 137$, então
$137-x=54$
$-x=54-137$
$-x=-83 \quad | \times(-1)$
$x=83$
Se $x>137$
$x-137=54$
$x=54+137$
$x=191$</td></tr>
<tr><td>Qual é a solução?</td><td>$x=83$ e $x=191$
Assim, o quartel do corpo de bombeiros pode estar localizado tanto no quilómetro 83 como no quilómetro 191 da estrada.</td></tr>
<tr><th colspan="3">RETROSPETO</th></tr>
<tr><td><u>Quarto</u>
Examinar a solução obtida e fazer considerações</td><td>É possível verificar o resultado? É correto o que fiz? Utilizou todos os dados? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? Existe outra via? É possível utilizar o resultado ou o método em algum outro problema?</td><td>Se $x \leq 137$, $|137-x|=54$
$|137-83|=54$
$|54|=54$
$54=54$
ME = MD
Se $x>137$, $|137-x|=54$
$|137-191|=54$
$|-54|=54$
$54=54$
ME = MD</td></tr>
</table>

Importa realçar que há toda uma necessidade de haver uma conversa guiada com o aluno de modos a *não lhe ensinar a verdade, mas sim, o caminho para se chegar a verdade* respondendo uma série de questões previamente preparada pelo professor e, sempre que possível, criar outros questionamentos intermédios.

4.2. Comparação dos resultados do pré-teste e pós-teste

De seguida apresentam-se os resultados do *pré-teste* e do *pós-teste* e na vertical temos as possíveis notas obtidas pelos alunos. Segundo a *figura 2*, fica claro que depois da aplicação da proposta e de um segundo teste, os alunos tiveram uma melhoria nos resultados obtidos em comparação aos resultados do *pré-teste*.

Figura 2: *Resultados do pré-teste e pós-teste*



Fonte: Figura gerada com o ambiente *R-Studio – "Box-plot"*

A *figura 2*, em relação aos resultados obtidos pelos alunos no *pré-teste*, apresentam um mínimo de $1\,valor$ e um máximo de $15\,valores$ e como média $6{,}4\,valores$, ao passo que, os resultados do *pós-teste* apresentam um mínimo de $8\,valores$ e um máximo de $20\,valores$ e como média $15{,}4\,valores$ o que ilustra o sucesso obtido com a apresentação e aplicação da proposta "*instrução heurística*" em detrimento a *instrução tradicional* levada acabo nas escolas médias de Cabinda. Em relação aos 7 professores com que trabalhamos, na observação às aulas, constatou-se que cerca de 71,4% não trabalha com a resolução de problemas e os restantes 28,6%, trabalha com problemas usando a *instrução tradicional* facto que constitui uma das razões do insucesso por parte dos alunos no *pré-teste*.

No cumprimento das etapas estabelecidas, ficou evidente que a *instrução heurística* tem um impacto direto na aprendizagem dos alunos comparado a *instrução tradicional* aplicado pelos professores na qual inquirimos, não só nos conteúdos referente a equações modulares mas, também, a tantos outros conteúdos ligados a área da matemática pois, estarão formando professores de matemática, técnicos médios e que precisarão da aplicação destes modelos de resolução de problemas e exercícios.

4.3. Avaliação do Grau de Satisfação da Proposta implementada "Instrução Heurística"

O grau de satisfação foi medido numa escala de 1 (nada satisfeita) a 10 (muito satisfeito). O questionário foi o instrumento utilizado e aplicado a uma amostra de 120 alunos selecionados aleatoriamente das distintas escolas trabalhadas. A variável *satisfação* foi tratada como quantitativa no intuito de verificarmos se a sua média é superior a 7. Aplicamos o teste *t* para uma amostra. Para um nível de significância, $\alpha = 0.05$, estabeleceu-se as seguintes hipóteses do teste:

H_0: O grau de satisfação com a implementação da instrução heurística nas aulas é igual ou inferior a 7 ($\mu \leq 7$).

H_1: O grau de satisfação com a implementação da instrução heurística nas aulas é maior que 7 ($\mu > 7$).

Conforme o Quadro 1, como $\frac{Sig}{2} = \frac{0{,}000}{2} < 0{,}00 \leq \alpha = 0{,}05$ e $t = 3{,}636 > 0$ então rejeita-se a hipótese nula, H_0 (Aceita-se a hipótese alternativa, H_1). Por tanto, existem evidências estatísticas para se afirmar que o grau de satisfação com a implementação da instrução heurística nas aulas é superior a 7 $(t_{(199)} = 3{,}636; p - value < 0{,}001)$ medida numa escala de 1 (nada satisfeito) a 10 (muito satisfeito). Assim, o que revela uma elevada satisfação, por parte dos alunos, na implementação da *instrução heurística* nas suas aulas já que a média de satisfação é significativamente superior a 7, estimando-se que, com *95%* de confiança, esteja compreendida entre *7,53* e *8,80* pontos. A dispersão em torno da média é relativamente baixa (desvio padrão de *3,615*) e as avaliações dos alunos estão compreendidas entre 1 e 10, isto é, variando, no máximo, em 7 pontos.

Quadro 1 – Teste *t* para avaliação do grau de satisfação.

Teste de uma amostra						
	Valor de Teste = 7					
	t	df	Sig. (2 extremidades)	Diferença média	95% Intervalo de Confiança da Diferença	
					Inferior	Superior
Grau de Satisfação apresentado pelos alunos	3,636	119	,000	1,200	,55	1,85

Fonte: Quadro gerado com o ambiente *SPSS.*

CONCLUSÃO

Apraz nos afirmar que, a educação, como todo sistema complexo apresenta uma forte resistência às mudanças. Isto não representa necessariamente uma maldade. Há maldade quando as mudanças que surgem não se conjugam com uma capacidade de adaptação perante a permutabilidade das circunstâncias ambientais.

Apresentamos uma proposta para o melhoramento do Processo de ensino-aprendizagem das equações modulares no segundo ciclo do ensino secundário implementando a *instrução heurística* em base o pensamento de *G. Polya.*

Os resultados obtidos durante a pesquisa, indicam-nos que a *instrução heurística* no ensino da Matemática, com ação nas *equações modulares*, mostra-se eficaz uma vez que permite aos alunos aprender a pensar, oferece-os ferramentas necessárias para a resolução de diferentes tipos de problemas e exercícios, dota-os de um pensamento flexível, criativo e são capazes de aprender e de chegar a verdade por si mesmo.

O papel do educador hoje, é preparar os alunos para o mundo que irão enfrentar, proporcionando-lhes habilidades e condições de atuar com dignidade e competência no papel que lhes caberá desempenhar como membros da sociedade ativa e em constante evolução. Portanto, a *instrução heurística, no ensino das equações modulares,* se enquadra perfeitamente na busca da resposta de tais desafios.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às Direções do Instituto Politécnico de Cabinda, do Liceu de Cabinda e da Escola de Magistério “Suka-Hata” de Cabinda pela disponibilidade das turmas e dos professores de Matemática e ao Dr. Alberto Capita pela disponibilidade na revisão do presente artigo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvares de Zayas, C. (1996). *Fundamentios de la Didáctica de la Educacion Superior*. Centro de Estudos “Manuel F. Gran”. Santiago de Cuba.

Angola (2016). Decreto-Lei n.º 17/16 de 07 de outubro de 2016 da Assembleia da República, *Lei de Base do Sistema de Educação e Ensino.* Publicado no Diário da República I série nº 170;

Cockcroft, W. H. (Org.). (1982). *Mathematics Counts. Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools. London*: Her Majesty's Stationery Office.

Curtis, M. A. (2016). *Solving Absolute Value Equations and Inequalities on a Number Line*. California State University, San Bernardino – CSUSB ScholarWorks. Electronic Theses, Projects, and Dissertations Office of Graduate Studies. Electronic Theses, Projects, and Dissertations. Disponível em: http://scholarworks.lib.csusb.edu/etd/411.

Júnior, D. C. (2008). *Elaboração de uma sequência didática para a aprendizagem de valor absoluto e da função modular, utilizando a organização curricular em rede.* (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Lima, E., Carvalho, P. C. P., Wagner, E., & Morgado, A. C. (1997). *A Matemática do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática.

Maciala, F. (2018). *Proposta de sistema de exercícios para o ensino – aprendizagem das equações modulares na 11ª classe, no Instituto Politécnico de Cabinda / 2017*. (Trabalho de Licenciatura em Ensino de Matemática). ISCED – UON.

NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Commission on Standards for School Mathematics of the National Council of Teachers of Mathematics. New Jersey: National Council of Teachers of Mathematics.

Olya, G (1945). *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.

Prodanov, C. C., & Freitas, E. C. (2013). *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho académico.* Rio Grande do Sul – Brasil.

Puindi, A., Manuel, A., Tética, M., & Tati, V. (2020). Ambientes computacionais e a perspectiva da resolução de problemas: um diálogo interessante para o tratamento dos conceitos matemáticos. *REVISTA INTERNACIONAL DE CIÊNCIAS, TECNOLOGIA E SOCIEDADE*, 3(1), 16-31. doi.org/10.37334/ricts.v3i1.29

Serhan, D., & Almeqdadi, F. (2018). Pre-service Teachers' Absolute Value Equations and Inequalities Solving Strategies and Errors. *The Eurasia Proceedings of Educational & Social Sciences (EPESS)*, 2018. *ICRES 2018: International Conference on Research in Education and Science*.

V*AIYAVUTJAMAI*, P., & C*LEMENTS*, M. A. (2006). Effects of classroom instruction on student performance on and understanding of, linear equation and linear inequalities. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(2), 113-147.

Vox. (2011). *Diccionario esencial de Matemáticas. Barcelona.* Larousse Editorial, S.L.

Wilhelmi, M. R., Godino, J. D., & Lacasta, E. (2007). Didactic effectiveness of mathematical definitions: The case of the absolute value. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2 (2), 72-90.